第18講　接線について

18

［A］ 次の各問いに答えよ.

(1) 曲線 $y=\sin x$ の $x=\dfrac{\pi}{3}$ における接線の方程式を求めよ.

(2) 曲線 $y=\log x$ の $x=1$ における接線の方程式を求めよ.

(3) 曲線 $y=e^x$ 上の点 $(t,\ e^t)$ における接線と x 軸の交点の座標を求めよ.

［B］ 曲線 $y=xe^{-x}$ の接線で点 $\left(0,\ \dfrac{4}{e^2}\right)$ を通るものは何本あるか求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　接線について

18　曲線 $y=\dfrac{e^x}{x}$ の接線で点 $(0,\ 0)$ を通るものをすべて求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 18 講　接線について

18

［A］ 次の各問いに答えよ.

(1) 曲線 $y=\sin x$ の $x=\dfrac{\pi}{3}$ における接線の方程式を求めよ.

(2) 曲線 $y=\log x$ の $x=1$ における接線の方程式を求めよ.

(3) 曲線 $y=e^x$ 上の点 $(t,\ e^t)$ における接線と x 軸の交点の座標を求めよ.

［B］ 曲線 $y=xe^{-x}$ の接線で点 $\left(0,\ \dfrac{4}{e^2}\right)$ を通るものは何本あるか求めよ.

【答】 ［A］ (1) $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$　(2) $y=x-1$　(3) $(t-1,\ 0)$　［B］2 本

【解説】 ［A］ (1) $y=\sin x$ より $y'=\cos x$ なので $x=\dfrac{\pi}{3}$ における接線の傾きは

$\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$.

また $x=\dfrac{\pi}{3}$ のとき $y=\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ なので，求める接線の方程式は

$$y=\frac{1}{2}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore\quad \boldsymbol{y=\frac{1}{2}x+\frac{3\sqrt{3}-\pi}{6}}$$

(2) $y=\log x$ より $y'=\dfrac{1}{x}$ なので $x=1$ における接線の傾きは $\dfrac{1}{1}=1$.

また $x=1$ のとき $y=\log 1=0$ なので，求める接線の方程式は

$$y=1(x-1)+0 \qquad \therefore\quad \boldsymbol{y=x-1}$$

(3) $y=e^x$ より $y'=e^x$ なので $x=t$ における接線の傾きは e^t.

また $x=t$ のとき $y=e^t$ なので，$x=t$ における接線の方程式は

$$y=e^t(x-t)+e^t \qquad \therefore\quad y=e^tx+(1-t)e^t$$

ここで $y=0$ を代入すると

$$0=e^tx+(1-t)e^t \iff -e^tx=(1-t)e^t \qquad \therefore\quad x=t-1$$

よって求める交点の座標は $\boldsymbol{(t-1,\ 0)}$

［B］ $y=xe^{-x}$ より $y'=(1-x)e^{-x}$ となるので，$x=t$ における接線の方程式は

$$y=(1-t)e^{-t}(x-t)+te^{-t} \qquad \therefore\quad y=(1-t)e^{-t}x+t^2e^{-t}$$

この直線が点 $\left(0,\ \dfrac{4}{e^2}\right)$ を通るとき

$$\frac{4}{e^2}=(1-t)e^{-t}\cdot 0+t^2e^{-t} \qquad \therefore\quad \frac{4}{e^2}=t^2e^{-t}$$

が成り立つ.

ここで $f(t)=t^2e^{-t}$ とおくと，$f'(t)=t(2-t)e^{-t}$ などより $f(t)$ の増減は

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

t	$-\infty$	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	∞
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	∞	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e^2}$	$\searrow$	

となるので，$f(t)=\dfrac{4}{e^2}$ となる異なる実数解の個数は 2．よって求める接線は **2 本**である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　接線について

18　曲線 $y=\dfrac{e^x}{x}$ の接線で点 (0, 0) を通るものをすべて求めよ．

【答】 $y=\dfrac{e^2}{4}x$

【解説】 $y=\dfrac{e^x}{x}$ より $y'=\dfrac{(x-1)e^x}{x^2}$ となるので，$x=t(\neq 0)$ における接線の方程式は

$$y=\frac{(t-1)e^t}{t^2}(x-t)+\frac{e^t}{t} \qquad \therefore \quad y=\frac{(t-1)e^t}{t^2}x+\frac{(2-t)e^t}{t}$$

この直線が点(0, 0)を通るとき

$$0=\frac{(t-1)e^t}{t^2}\cdot 0+\frac{(2-t)e^t}{t} \qquad \therefore \quad t=2$$

よって求める接線の方程式は

$$y=\frac{(2-1)e^2}{2^2}x \qquad \therefore \quad \boldsymbol{y=\frac{e^2}{4}x}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。